

TURINGMASCHINEN – KONTEXTSENSITIVE GRAMMATIKEN

Definition: *kontextsensitive Grammatik, kontextsensitive Sprache:*
 Grammatiken, bei denen alle Produktionen die Form

$$xAy \rightarrow xwy \text{ mit } A \in N; x, y \in (T \cup N)^* \text{ und } w \in (T \cup N)^+$$
 haben, heißen *kontextsensitiv* oder *umgebungsabhängig*. Eine Sprache heißt *kontextsensitiv*, wenn sie von einer kontextsensitiven Grammatik erzeugt wird.

Beispiel: Die Grammatik $G = (T, N, S, P)$ mit

$$T = \{a, b, c, \epsilon\}$$

$$N = \{S, T, B, C, X, Y\}$$

$$S = S$$

$$P = \{ S ::= \epsilon \mid abc \mid aTbC$$

$$T ::= aTbC \mid abC$$

$$B ::= b$$

$$Cc ::= cc$$

$$CB ::= CY$$

$$CY ::= XY$$

$$XY ::= XC$$

$$XC ::= BC \}$$

Stattdessen hätte man auch

$$CB ::= BC$$

schreiben können, allerdings wäre die Regel dann nicht definitionsgemäß.

ist eine kontextsensitive Grammatik. Es gibt keine äquivalente kontextfreie Grammatik.

Aufgabe 1: a) Welche Sprache wird von der obigen Grammatik erzeugt? Leite dir einige Worte der Sprache her.

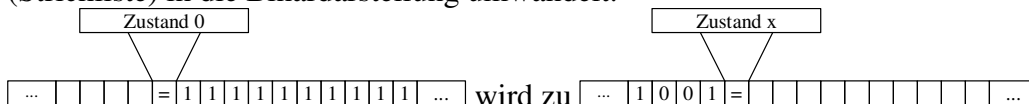
b) Begründe, dass es keine kontextfreie Grammatik für diese Sprache geben kann. Verwende dazu die Äquivalenz zwischen Kellerautomaten und kontextfreien Grammatiken.

Aufgabe 2: a) Begründe, dass die Sprache $L = \{w_w \mid w \in \Sigma^*\}$ mit $\Sigma = \{a,b\}$ nicht kontextfrei ist. (Die Angabe einer kontextsensitiven Grammatik würde den Rahmen sprengen.)

b) Entwickle eine Turingmaschine, welche erkennt, ob ein Wort zur Sprache L gehört.

Aufgabe 3: Entwickle eine Turingmaschine, welche prüft, ob ein Wort zur Sprache $L = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ gehört.

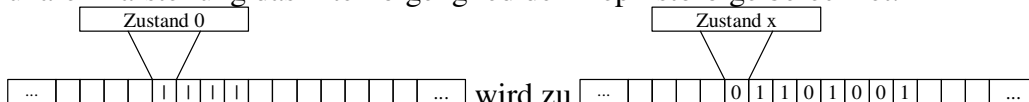
Aufgabe 4: Entwirf eine Turingmaschine, welche eine Zahl in unärer Darstellung (Strichliste) in die Binärdarstellung umwandelt.



Aufgabe 5: Die Mephistofolge ist eine rekursiv definierte Folge aus Dualziffern. Die ersten Folgenglieder sind: 0, 01, 0110, 01101001, 0110100110010110. Sie wird dadurch gebildet, dass man von einem Folgenglied die ziffernweise Verneinung bildet und an das bestehende Folgenglied anhängt.

a) Entwirf eine Turingmaschine mit Eingabealphabet $\{0, 1\}$, die an das Eingabewort das verneinte Wort anhängt.

b) Entwirf eine Turingmaschine mit Eingabealphabet $\{1\}$, die zum Eingabewort n in unärer Darstellung das n -te Folgenglied der Mephistofolge berechnet.



Grammatik zu $L = \{w_w \mid w \in \Sigma^*\}$ mit $\Sigma = \{a,b\}$:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow ZA'E \mid ZB'F \mid A'E \mid B'F \\ Z &\longrightarrow ZA'A \mid ZB'B \mid A'A \mid B'B \\ AA' &\longrightarrow A'A \\ AB' &\longrightarrow B'A \\ BA' &\longrightarrow A'B \\ BB' &\longrightarrow B'B \\ AE &\longrightarrow Ea \\ AF &\longrightarrow Eb \\ BE &\longrightarrow Fa \\ BF &\longrightarrow Fb \\ A' &\longrightarrow a \\ B' &\longrightarrow b \\ E &\longrightarrow a \\ F &\longrightarrow b \end{aligned}$$